代数２　　第４章 式の計算

② 関数 $y=ax^2$ のグラフ

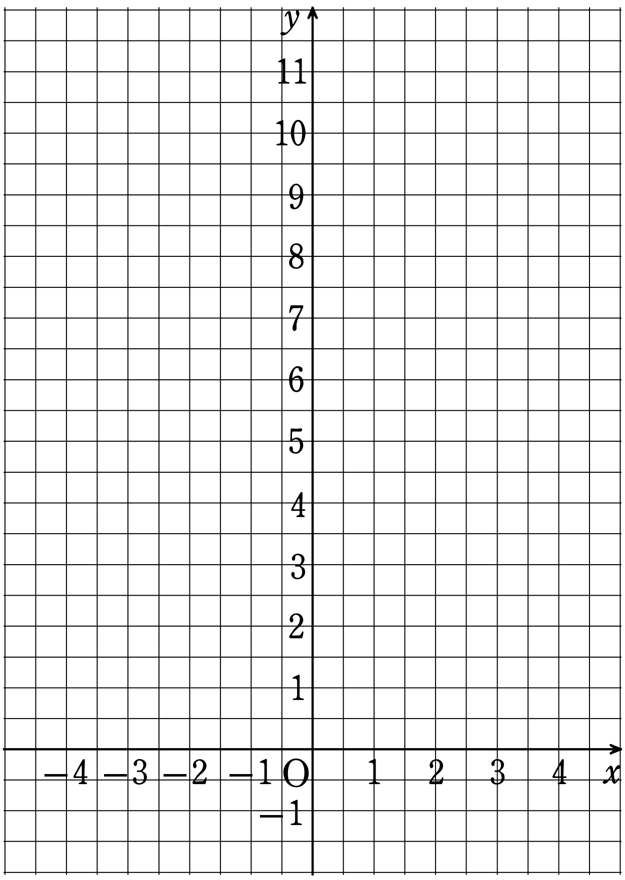
組　　　番 名前

2　関数 $y=ax^2$ のグラフ

関数 $y=x^2$ のグラフ

関数 $y=x^2$ について，下の表の x の値に対応する y の値を求め，表を完成させてみよう。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



上の表の x，y の値の組を座標とする点を，左の図にかき入れてみよう。

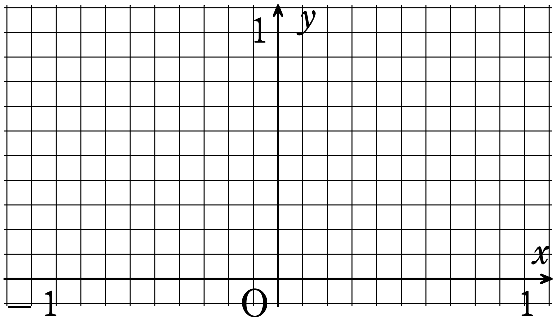
かき入れた点から，1 次関数のグラフとは異なり，関数 $y=x^2$ のグラフは直線ではないことがわかる。

練習 1　関数 $y=x^2$ について，下の表の x の値に対応する y の値を求め，それらの値の組を座標とする点を左の図にかき入れなさい。

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y													

関数 $y=x^2$ について，原点の近くのグラフの様子を，詳しく調べてみよう。

練習 2　関数 $y=x^2$ について，x の値を -1 から 1 までの間で 0.1 おきにとり，対応する y の値を求め，それらの値の組を座標とする点を右の図にかき入れなさい。



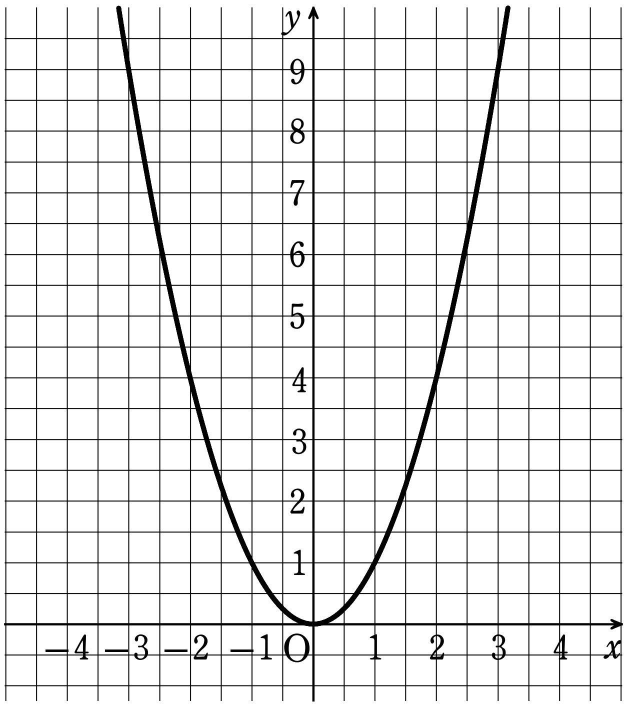
x	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
y										

0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1

これまでに調べたことから，関数 $y=x^2$ のグラフは，右の図のような曲線になることがわかる。

この曲線は，

________を通り，____軸について対称となっている。



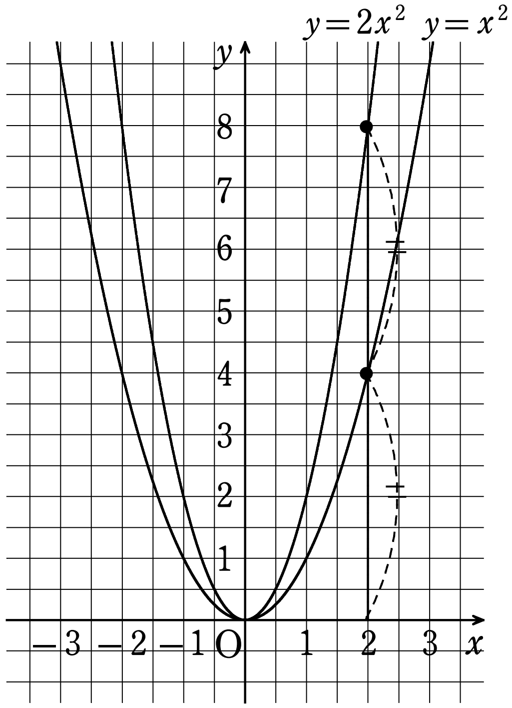
関数 $y=x^2$ のグラフ

関数 $y=2x^2$ のグラフ

2 つの関数 $y=x^2$ と $y=2x^2$ について，下の表を完成させてみよう。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
$2x^2$							

この表をもとに，2 つの関数 $y=x^2$ と $y=2x^2$ のグラフをかくと，下の図のようになる。この 2 つのグラフを比べてみよう。



左の図からわかるように，$y=2x^2$ のグラフは，$y=x^2$ のグラフを，y 軸の方向に 2 倍に引き伸ばした形になっている。

一般に，$a>0$ のとき，$y=ax^2$ のグラフは，$y=x^2$ のグラフを y 軸の方向に a 倍に拡大した形になる。

また，関数 $y=ax^2$ は，<u>$a>0$ のとき</u>，x の値が増加すると，y の値は

<u>$x<0$ の範囲で減少し，</u>

<u>$x>0$ の範囲で増加する。</u>

$\boxed{\text{練習 3}}$ 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを，上の図にかき入れなさい。

関数 $y=-x^2$ のグラフ

2つの関数 $y=x^2$ と $y=-x^2$ について，下の表を完成させてみよう。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
$-x^2$							

この表をもとに，2つの関数 $y=x^2$ と $y=-x^2$ のグラフをかくと，下の図のようになる。この2つのグラフを比べてみよう。

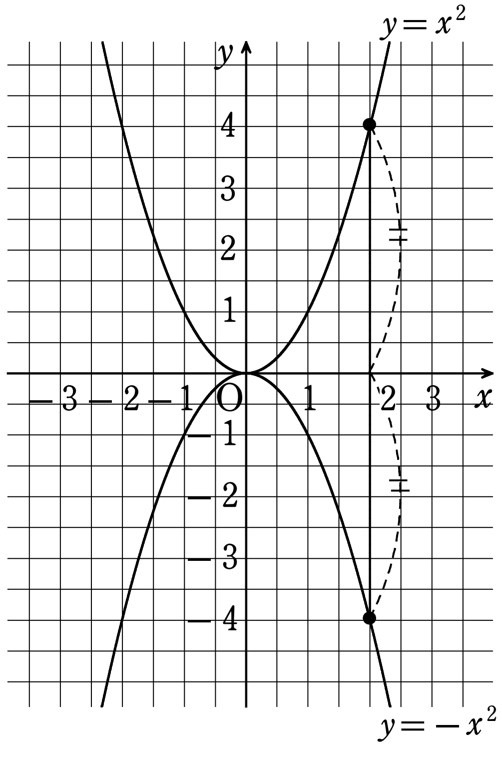
右の図からわかるように，$y=-x^2$ のグラフは，$y=x^2$ のグラフを，x 軸を対称の軸として折り返した曲線になっている。

一般に，$y=ax^2$ のグラフと $y=-ax^2$ のグラフは，x 軸に関して対称な曲線となる。(*)

また，関数 $y=ax^2$ は，<u>$a<0$ のとき</u>，x の値が増加すると，y の値は

<u>**$x<0$ の範囲で増加し，**</u>

<u>**$x>0$ の範囲で減少する。**</u>



注意 (＊) 原点に関して点対称な曲線でもある。

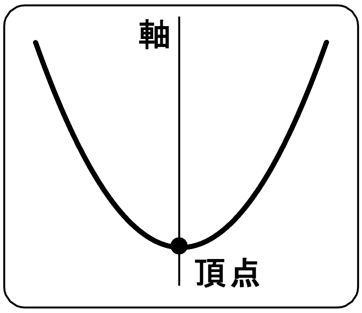
練習4 関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフを，上の図にかき入れなさい。

関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴

関数 $y=ax^2$ のグラフには，次のような特徴がある。

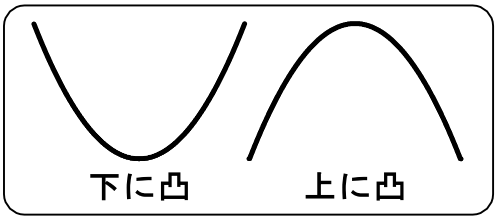
> [1]　原点を通り，y 軸について対称である。
> [2]　$a>0$ のとき，上に開いた形をしている。
> 　　$a<0$ のとき，下に開いた形をしている。

関数 $y=ax^2$ のグラフの形の曲線を ＿＿＿＿＿＿ という。放物線は左右に限りなく伸びており，対称の軸をもつ。この軸を，放物線の ＿＿＿ といい，放物線とその軸の交点を，放物線の ＿＿＿＿ という。



注意　関数 $y=ax^2$ のグラフのことを **放物線 $y=ax^2$** ということがある。

上に開いた形の放物線は ＿＿＿＿＿＿ であるといい，下に開いた形の放物線は ＿＿＿＿＿＿ であるという。



練習5　次の放物線のうち，上に凸であるものをいいなさい。また，下に凸であるものをいいなさい。

① $y=2x^2$　　② $y=-x^2$　　③ $y=\frac{1}{2}x^2$

④ $y=-\frac{1}{2}x^2$　　⑤ $y=x^2$　　⑥ $y=-2x^2$

これまでに学んだことから，関数 $y=ax^2$ のグラフについて

a の絶対値が大きいほど，放物線の開きぐあいは小さくなる

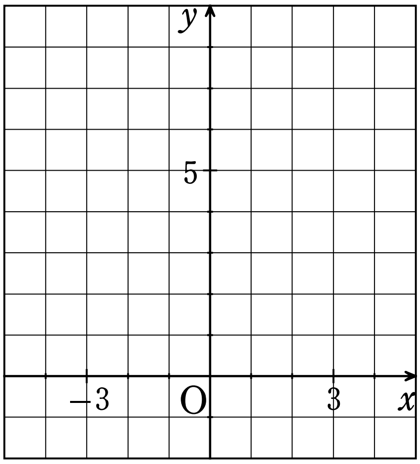
ことがわかる。

定義域，値域

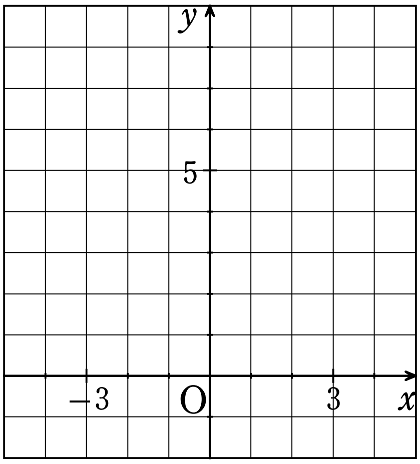
すでに学んだように，y が x の関数であるとき，x のとりうる値の範囲を定義域といい，定義域の x の値に対応して y がとりうる値の範囲を値域という。ここでは，定義域が制限されている関数について考えてみよう。

例題１　関数 $y=x^2$ において，次のような定義域に対する値域を求めなさい。

(1)　$1 \leqq x \leqq 2$

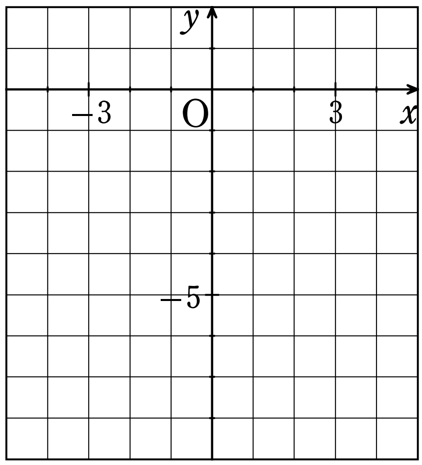


(2)　$-\dfrac{3}{2} \leqq x \leqq 1$

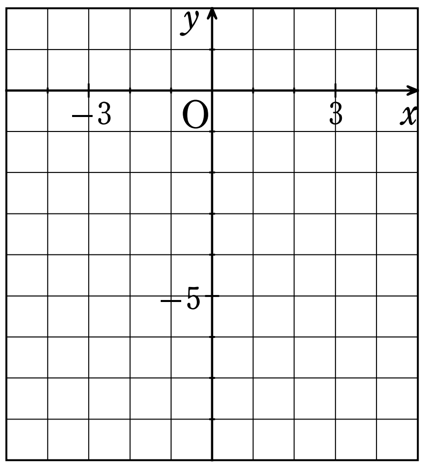


$\boxed{\text{練習 6}}$　関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ において，次のような定義域に対する値域を求めなさい。

(1)　$-2 \leqq x \leqq -1$



(2)　$-1 \leqq x \leqq \dfrac{3}{2}$



(3)　$-2 \leqq x \leqq 2$