

## 代数 2 第 4 章 関数 $y = ax^2$

### ④ 関数 $y = ax^2$ の応用

## 4 関数 $y = ax^2$ の応用

### 放物線と座標

放物線と座標について考えてみよう。

**例題 1** 2つの放物線  $y = x^2$ ,  $y = 2x^2$  と、点 A (2, 0) を考える。

点 A を通り  $y$  軸に平行な直線と放物線  $y = x^2$  との交点を B, 点 B を通り  $x$  軸に平行な直線と放物線  $y = 2x^2$  との交点のうち,  $x$  座標が正であるものを C とする。点 C の座標を求めなさい。

**練習 1** 2つの放物線  $y = -x^2$ ,  $y = -\frac{1}{3}x^2$  と、点 A (-1, 0) を考える。点 A を通り  $y$

軸に平行な直線と放物線  $y = -x^2$  との交点を B, 点 B を通り  $x$  軸に平行な直線と放物線  $y = -\frac{1}{3}x^2$  との交点のうち,  $x$  座標が負であるものを C とする。点 C の座標を求めなさい。

## 放物線と直線

右の図は、2つの関数  $y=x^2$ ,  $y=x+2$  のグラフである。

図から、これらのグラフは、2つの共有点をもつことがわかる。この2つの共有点の座標を求めてみよう。

共有点の座標は、次の2つの式を同時に満たす。

$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=x+2 \end{cases}$$

すなわち、共有点の  $x$  座標,  $y$  座標は、この連立方程式の解となる。

$y$  を消去して  $x^2=x+2$

$$x^2-x-2=0$$

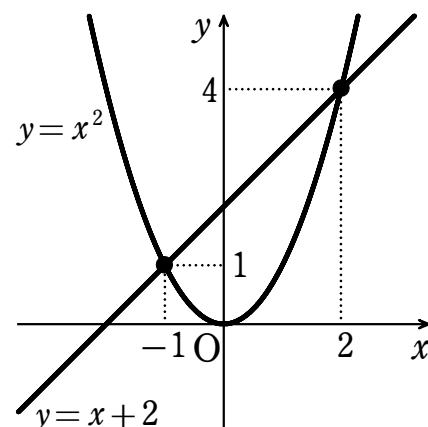
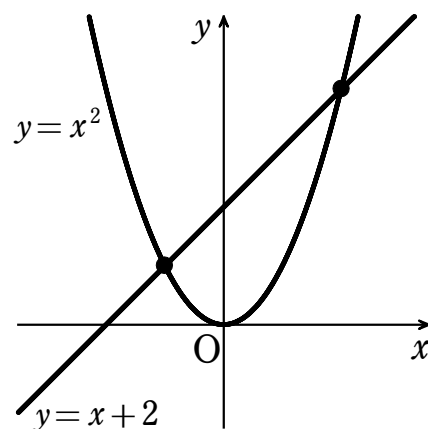
$$(x+ \underline{\quad})(x- \underline{\quad})=0$$

よって  $x= \underline{\quad}, \underline{\quad}$

$x=-1$  のとき  $y= \underline{\quad}$

$x=2$  のとき  $y= \underline{\quad}$

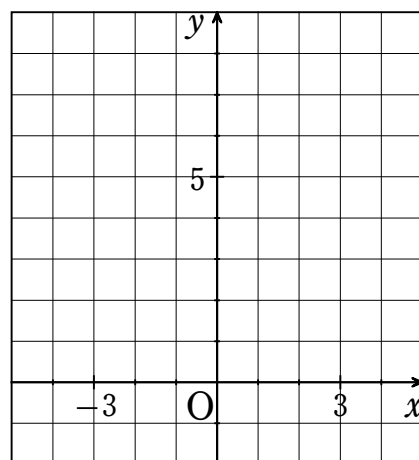
であるから、共有点の座標は  $(\underline{\quad}, \underline{\quad}), (\underline{\quad}, \underline{\quad})$



2つの関数  $y=x^2$ ,  $y=x+2$  のグラフの共有点の  $x$  座標は、2次方程式  $x^2=x+2$  の解である。

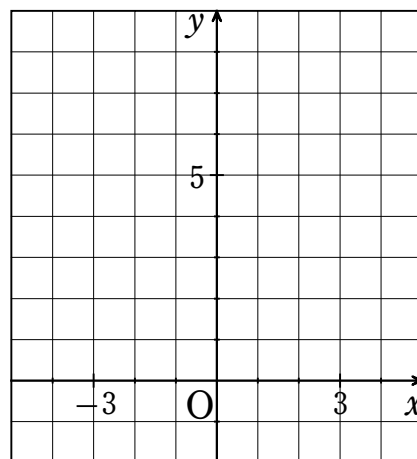
**練習2** 次の2つの関数のグラフについて、共有点の座標を求めなさい。

(1)  $y=x^2$ ,  $y=x+6$

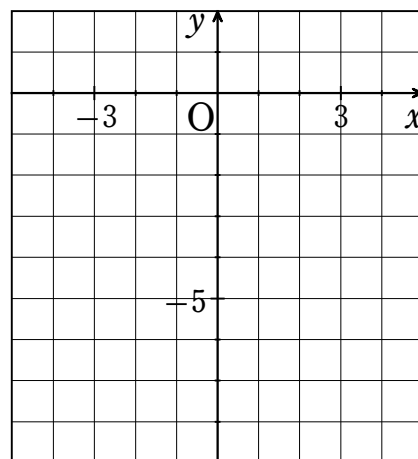


**練習 2** 次の 2 つの関数のグラフについて，共有点の座標を求めなさい。

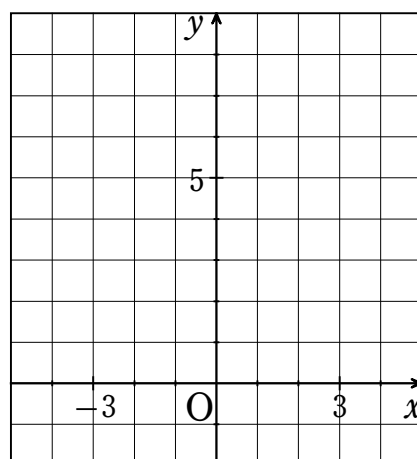
(2)  $y = 2x^2$ ,  $y = 2x$



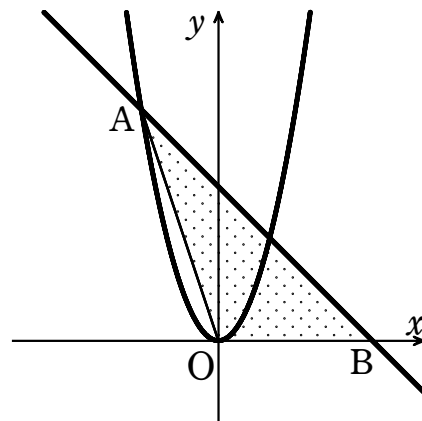
(3)  $y = -\frac{1}{2}x^2$ ,  $y = -x - 4$



(4)  $y = x^2$ ,  $y = 2x - 1$



**例題 2** 放物線  $y = x^2$  と直線  $y = -x + 6$  の共有点のうち、 $x$  座標が小さい方の点を  $A$  とする。  
直線  $y = -x + 6$  と  $x$  軸との交点を  $B$  とするとき、 $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。



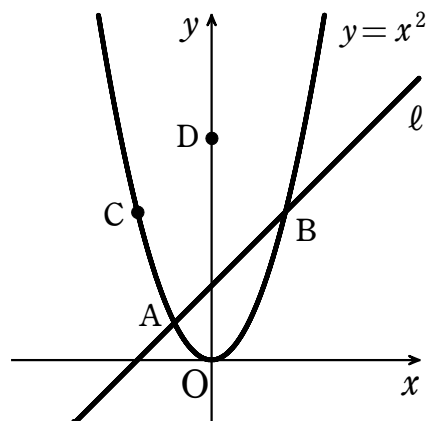
**練習 3** 例題 2 において、直線  $y = -x + 6$  と  $y$  軸との交点を C、放物線  $y = x^2$  と直線  $y = -x + 6$  の共有点のうち、 $x$  座標が大きい方の点を D とする。このとき、次の三角形の面積を求めなさい。

(1)  $\triangle OAC$

(2)  $\triangle OAD$

**練習 4** 放物線  $y=2x^2$  と直線  $y=x+3$  の共有点のうち、 $x$  座標が小さい方の点を A、もう 1 つの共有点を B とする。このとき、 $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。

**例題 3** 右の図のように，放物線  $y=x^2$  と線  $\ell$  が 2 点 A, B で交わっている。2 点 A, B の  $x$  座標は，それぞれ  $-1, 2$  である。また，放物線  $y=x^2$  上に点 C があり，B と C は  $y$  軸について対称である。

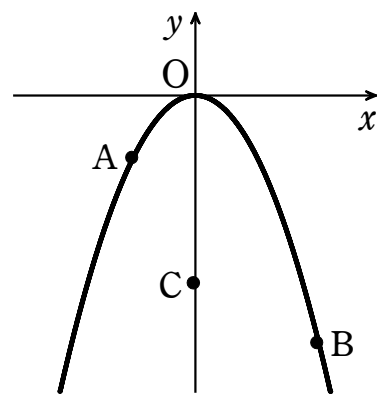


(1) 直線  $\ell$  の式を求めなさい。

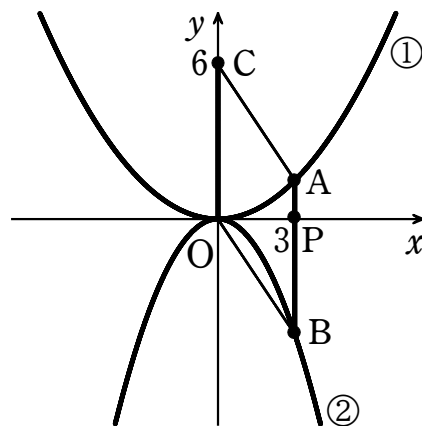
(2)  $y$  軸上で，直線  $\ell$  より上側に点 D を  $\triangle ABC$  の面積と  $\triangle ABD$  の面積が等しくなるようにとる。このとき，点 D の座標を求めなさい。



**練習 5** 右の図のように，放物線  $y = -\frac{1}{3}x^2$  上に 2 点 A, B がある。2 点 A, B の  $x$  座標はそれぞれ  $-3, 6$  である。さらに， $y$  軸上に， $y$  座標が負の点 C を  $\triangle OAB$  の面積と  $\triangle OCB$  の面積が等しくなるようにとる。このとき，点 C の座標を求めなさい。



**例題 4** 右の図で、①は関数  $y = ax^2$  ( $a > 0$ )、②は関数  $y = -\frac{1}{2}x^2$  のグラフである。点  $P(3, 0)$  を通り  $y$  軸に平行な直線と①、②のグラフが交わる点を、それぞれ  $A$ 、 $B$  とする。さらに、点  $C(0, 6)$  をとるとき、四角形  $OBAC$  が平行四辺形となるような  $a$  の値を求めなさい。



練習 6

右の図で，点 A の座標は  $(1, 0)$  である。点 P を放物線  $y = x^2$  上の O と B  $(1, 1)$  の間にとり，点 Q を  $x$  軸上の O と A の間にとる。さらに，点 R を線分 AB 上にとり，四角形 PQAR が正方形になるようにする。このとき，点 P の  $x$  座標を求めなさい。

