

代数 2 第4章 関数 $y=ax^2$

④ 関数 $y=ax^2$ の応用

4 関数 $y=ax^2$ の応用

放物線と座標

放物線と座標について考えてみよう。

例題1 2つの放物線 $y=x^2$, $y=2x^2$ と, 点 A (2, 0) を考える。

点 A を通り y 軸に平行な直線と放物線 $y=x^2$ との交点を B, 点 B を通り x 軸に平行な直線と放物線 $y=2x^2$ との交点のうち, x 座標が正であるものを C とする。点 C の座標を求めなさい。

練習1 2つの放物線 $y=-x^2$, $y=-\frac{1}{3}x^2$ と, 点 A (-1, 0) を考える。点 A を通り y

軸に平行な直線と放物線 $y=-x^2$ との交点を B, 点 B を通り x 軸に平行な直線と放物線 $y=-\frac{1}{3}x^2$ との交点のうち, x 座標が負であるものを C とする。点 C の座標を求めなさい。

放物線と直線

右の図は、2つの関数 $y=x^2$, $y=x+2$ のグラフである。

図から、これらのグラフは、2つの共有点をもつことがわかる。この2つの共有点の座標を求めてみよう。

共有点の座標は、次の2つの式を同時に満たす。

$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=x+2 \end{cases}$$

すなわち、共有点の x 座標, y 座標は、この連立方程式の解となる。

y を消去して $x^2=x+2$

$$x^2-x-2=0$$

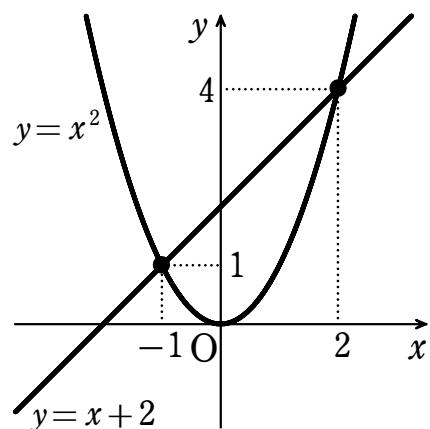
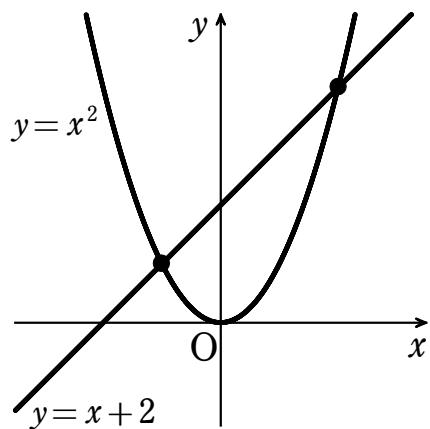
$$(x+ \underline{\hspace{1cm}})(x- \underline{\hspace{1cm}})=0$$

$$\text{よって } x=\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$$

$$x=-1 \text{ のとき } y=\underline{\hspace{1cm}}$$

$$x=2 \text{ のとき } y=\underline{\hspace{1cm}}$$

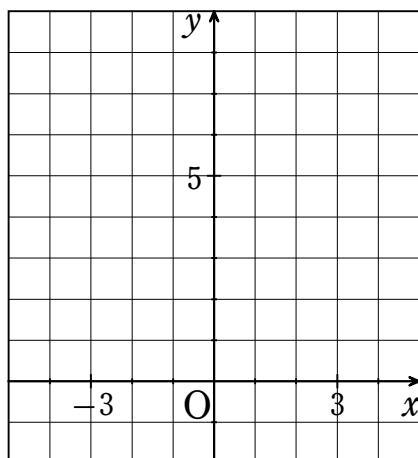
であるから、共有点の座標は $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}), (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$



2つの関数 $y=x^2$, $y=x+2$ のグラフの共有点の x 座標は、2次方程式 $x^2=x+2$ の解である。

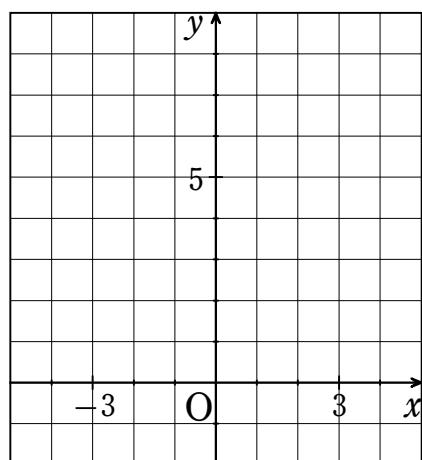
練習2 次の2つの関数のグラフについて、共有点の座標を求めなさい。

(1) $y=x^2$, $y=x+6$

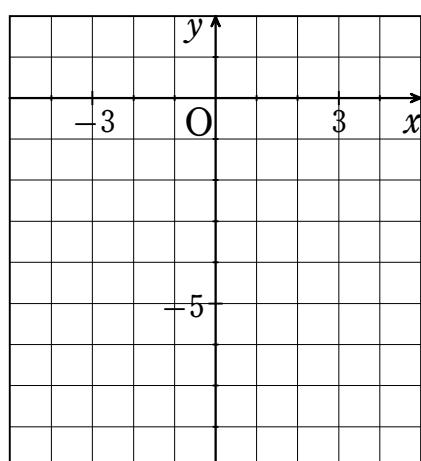


練習2 次の2つの関数のグラフについて、共有点の座標を求めなさい。

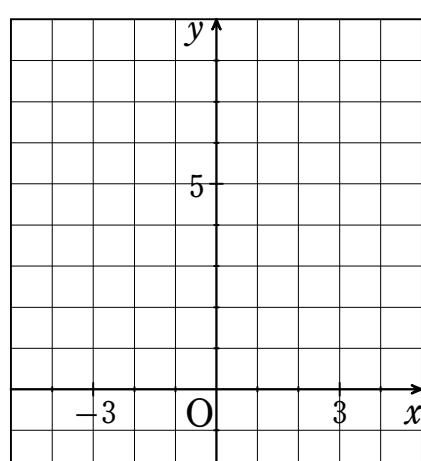
(2) $y=2x^2$, $y=2x$



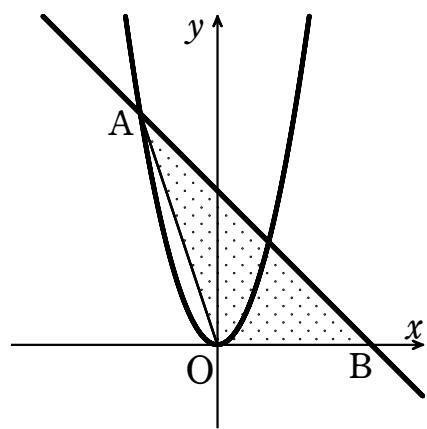
(3) $y=-\frac{1}{2}x^2$, $y=-x-4$



(4) $y=x^2$, $y=2x-1$



- 例題 2** 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = -x + 6$ の共有点のうち,
 x 座標が小さい方の点を A とする。
直線 $y = -x + 6$ と x 軸との交点を B とするとき,
 $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。



練習3 例題2において、直線 $y = -x + 6$ と y 軸との交点を C, 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = -x + 6$ の共有点のうち、 x 座標が大きい方の点を D とする。このとき、次の三角形の面積を求めなさい。

(1) $\triangle OAC$

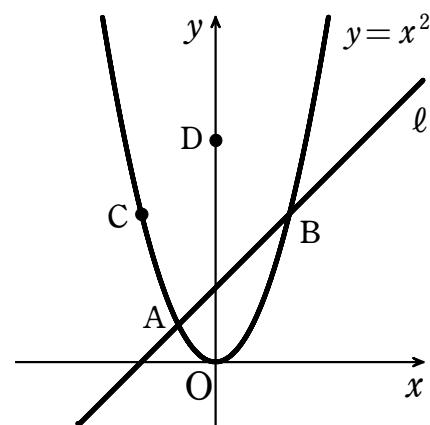
(2) $\triangle OAD$

練習 4 放物線 $y=2x^2$ と直線 $y=x+3$ の共有点のうち, x 座標が小さい方の点を A, もう 1 つの共有点を B とする。このとき, $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

問題集 184 185 186

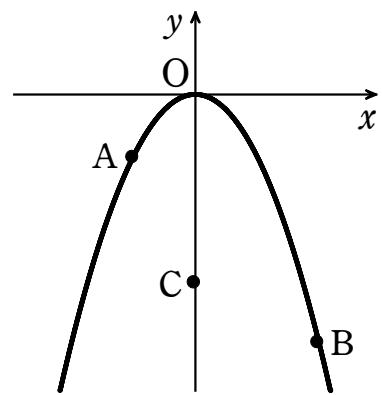
例題3 右の図のように、放物線 $y=x^2$ と直線 ℓ が2点 A, B で交わっている。2点 A, B の x 座標は、それぞれ $-1, 2$ である。また、放物線 $y=x^2$ 上に点 C があり、B と C は y 軸について対称である。

(1) 直線 ℓ の式を求めなさい。

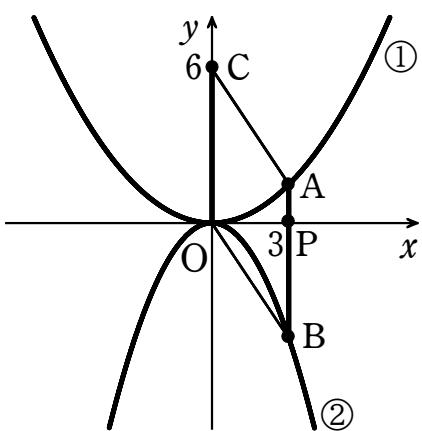


(2) y 軸上で、直線 ℓ より上側に点 D を $\triangle ABC$ の面積と $\triangle ABD$ の面積が等しくなるようにとる。このとき、点 D の座標を求めなさい。

練習5 右の図のように、放物線 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 上に 2 点 A, B がある。2 点 A, B の x 座標はそれぞれ $-3, 6$ である。さらに、 y 軸上に、 y 座標が負の点 C を $\triangle OAB$ の面積と $\triangle OCB$ の面積が等しくなるようにとる。このとき、点 C の座標を求めなさい。



例題 4 右の図で、①は関数 $y=ax^2$ ($a>0$)、②は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。点 $P(3, 0)$ を通り y 軸に平行な直線と①、②のグラフが交わる点を、それぞれ A 、 B とする。さらに、点 $C(0, 6)$ をとるととき、四角形 $OBAC$ が平行四辺形となるような a の値を求めなさい。



練習 6 右の図で、点 A の座標は(1, 0)である。点 P を放物線 $y=x^2$ 上の O と B(1, 1) の間にとり、点 Q を x 軸上の O と A の間にとる。さらに、点 R を線分 AB 上にとり、四角形 PQAR が正方形になるようにする。このとき、点 P の x 座標を求めなさい。

